

2.2.24 Slovní úlohy na zlomky II

Předpoklady: 020223

Př. 1: Vypočti.

a) $\frac{7}{18} + \frac{11}{24}$

b) $\frac{24}{25} : \frac{18}{15}$

c) $\frac{7}{15} + \frac{9}{25}$

d) $\frac{28}{25} : \frac{21}{20}$

a) $\frac{7}{18} + \frac{11}{24} = \frac{7 \cdot 4}{18 \cdot 4} + \frac{11 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{28 + 33}{72} = \frac{61}{72}$

b) $\frac{24}{25} : \frac{18}{15} = \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{18} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{7}{15} + \frac{9}{25} = \frac{7 \cdot 5}{15 \cdot 5} + \frac{9 \cdot 3}{25 \cdot 3} = \frac{35 + 27}{75} = \frac{62}{75}$

d) $\frac{28}{25} : \frac{21}{20} = \frac{28}{25} \cdot \frac{20}{21} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{16}{15}$

Př. 2: Myslím si číslo. Jeho třetina je o 20 větší než jeho sedmina. Jaké číslo si myslím?

Třetina je o 20 větší než sedmina: $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{7}{3 \cdot 7} - \frac{3}{7 \cdot 3} = \frac{7-3}{21} = \frac{4}{21}$

$\frac{4}{21}$... 20

$\frac{1}{21}$... $20 : 4 = 5$

$\frac{21}{21}$... $21 \cdot 5 = 105$

Myslím si číslo 105.

Jiný způsob (Jerryho řešení)

Porovnávám $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{7}$ nějakého čísla $\Rightarrow$ převedu si oba zlomky na stejného jmenovatele:

$\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ a $\frac{1}{7} = \frac{3}{21} \Rightarrow$ kdyby hledané číslo bylo 21, rozdíl $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$ a $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$ by byl $7 - 3 = 4$.

U hledaného čísla má být rozdíl 5x větší $\Rightarrow$ hledané číslo musí být 5x větší: $21 \cdot 5 = 105$.

Kontrola:

$\frac{1}{3} = \frac{7}{21} = \frac{35}{105}$, $\frac{1}{7} = \frac{3}{21} = \frac{15}{105}$, $35 - 15 = 20$.

Př. 3: Myslím si číslo. Třetina z dvou pětín tohoto čísla je o 3 větší než jeho desetina. Jaké číslo si myslím?

Třetina z dvou pětín tohoto čísla je o 3 větší než jeho desetina:

$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{2}{15} - \frac{1}{10} = \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} - \frac{3}{3 \cdot 10} = \frac{1}{30}$.

$\frac{1}{30}$... 3

$$\frac{30}{30} \quad \dots \quad 3 \cdot 30 = 90$$

Myslím si číslo 90.

Př. 4: Ondřej s Petrou si nakoupili zásobu uhlí na zimu. V prosinci protopili pětinu zásoby, v lednu třetinu a v únoru dvě devítiny. Jaká část jim na konci února ještě zbývala? Bude jim uhlí stačit i do konce března, když v tomto měsíci většinou protopí tak šestinu původních zásob?

v prosinci pětinu zásoby, v lednu třetinu a v únoru dvě devítiny

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{9}{5 \cdot 9} + \frac{15}{3 \cdot 15} + \frac{2 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{34}{45}$$

$$1 - \frac{34}{45} = \frac{11}{45}$$

Na konci února jim zbývalo $\frac{11}{45}$ původních zásob.

Porovnáváme $\frac{1}{6}$ a $\frac{11}{45}$: $45 \cdot 1 < 6 \cdot 11 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{11}{45}$.

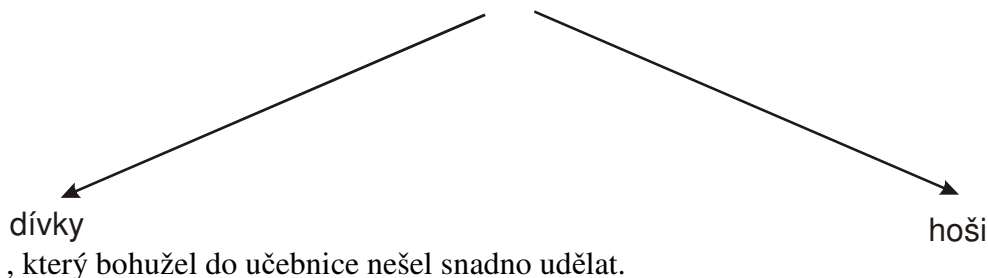
Uhlí jim bude stačit do konce března.

Př. 5: Vědomostní soutěže se účastnilo celkem 120 studentů, z toho tři pětiny dívek. Otázky prvního kola úspěšně zodpověděly a do druhého kola postoupily tři čtvrtiny dívek a pět šestin chlapců. Ve druhém kole pak uspělo pět devítin dívek a tři osminy chlapců, kteří tím postoupili do závěrečného finále. Kolik dívek a kolik chlapců se účastnilo finále? Napiš přehledné schéma soutěže tak, aby bylo v zřejmé kolik dívek a chlapců úspěšně ukončilo každé kolo a jakou část z původního počtu všech účastníků tento počet představuje.

účastníci 120			
dívky		hoši	
$\frac{3}{5}$ ze 120: $\frac{3}{5} \cdot 120 = 72$		$\frac{2}{5}$ ze 120: $\frac{2}{5} \cdot 120 = 48$	
úspěšné dívky po 1. kole $\frac{3}{4}$ ze 72: $\frac{3}{4} \cdot 72 = 54$ $\frac{3}{4} \cdot 72 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot 120 = \frac{9}{20} \cdot 120 = 54$ $\frac{9}{20}$ ze všech účastníků		úspěšní hoši po 1. kole $\frac{5}{6}$ ze 48: $\frac{5}{6} \cdot 48 = 40$ $\frac{5}{6} \cdot 48 = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot 120 = \frac{1}{3} \cdot 120 = 40$ $\frac{1}{3}$ ze všech účastníků	
úspěšné dívky po 2. kole $\frac{5}{9}$ z 54: $\frac{5}{9} \cdot 54 = 30$ $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ ze všech účastníků		úspěšní hoši po 2. kole $\frac{3}{8}$ z 40: $\frac{3}{8} \cdot 40 = 15$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$ ze všech účastníků	

Finále se účastnilo 30 dívek a 15 hochů.

Pedagogická poznámka: Ve škole kreslíme na tabuli i do sešitů klasický obrázek účastníci



Př. 6: V tercii a kvartě se vybírají peníze na divadelní představení. Kluci tvoří čtyři sedminy žáků. Včas nezaplatila čtvrtina kluků a šestina dívek, což dohromady znamenalo dvanáct hříšníků. Kolik žáků chodí do obou tříd?

Kluci, kteří nezaplatili: čtvrtina ze čtyř sedmin žáků: $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$ všech žáků.

Holky, které nezaplatily: šestina ze tří sedmin žáků: $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{1}{14}$ všech žáků.

Všichni, kteří nezaplatili: $\frac{1}{7} + \frac{1}{14} = \frac{3}{14}$ všech žáků ... 12 žáků.

$\frac{1}{14}$ žáků ... $12 : 3 = 4$ žáci.

Všichni žáci: $14 \cdot 4 = 56$ žáků.

Do obou tříd chodí celkem 56 žáků.

Př. 7: Pepa si dělá vodu se sirupem. Do sklenice nalil šestinu sirupu a zbytek dolil vodou. S výsledkem nebyl příliš spokojený, zdál se mu příliš sladký a proto poté, co dopil třetinu připraveného nápoje, sklenici dolil vodou. Jakou část nápoje teď představuje sirup?

Původně sirup představuje $\frac{1}{6}$ sklenice.

Upije třetinu $\Rightarrow$ ve sklenici zbylo $\frac{2}{3}$ původního objemu vody i původního objemu sirupu $\Rightarrow$ sirupu jsou dvě třetiny z šestiny: $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$

Po dolití sklenice představuje sirup $\frac{1}{9}$ nápoje ve sklenici.

Př. 8: Byl jednou jeden král a ten měl tři dcery. Výška prostřední byla $\frac{7}{8}$ výšky nejstarší, výška nejmladší byla $\frac{6}{7}$ výšky prostřední dcery. Králová výška pak byla $\frac{9}{8}$ výšky

nejstarší dcery, královna výška pak $\frac{9}{10}$ výšky krále. Urči výšky všech členů královské rodiny, jestliže král s nejmladší dcerou měří dohromady 3 m.

Výška nejmladší dcery je $\frac{6}{7}$ prostřední dcery a to je $\frac{6}{7}$ z $\frac{7}{8}$ výšky nejstarší dcery $\Rightarrow$ výška nejmladší dcery je $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ výšky nejstarší dcery.

Výška krále a nejmladší dcery: $\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = \frac{9}{8} + \frac{6}{8} = \frac{15}{8}$ výšky nejstarší dcery.

$$\frac{15}{8} \quad \dots \quad 3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{8} \quad \dots \quad 300 : 15 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{8}{8} \text{ (nejstarší dcera)} \quad \dots \quad 20 \cdot 8 \text{ cm} = 160 \text{ cm}$$

$$\frac{9}{8} \text{ (táta)} \quad \dots \quad 20 \cdot 9 \text{ cm} = 180 \text{ cm}$$

$$\frac{7}{8} \text{ (prostřední dcera)} \quad \dots \quad 20 \cdot 7 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$$

$$\frac{6}{8} \text{ (nejmladší dcera)} \quad \dots \quad 20 \cdot 6 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$$

$$\text{Výška krále } 180 \text{ cm} \quad \dots \quad \frac{10}{10} \Rightarrow \frac{1}{10} \text{ výšky krále} \quad \dots \quad 180 : 10 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

$$\frac{9}{10} \text{ (královna)} \quad \dots \quad 9 \cdot 18 \text{ cm} = 162 \text{ cm}$$

Výšky členů královské rodiny: král 180 cm, královna 172 cm, nejstarší dcera 160 cm, prostřední dcera 140 m, nejmladší dcera 120 cm.

Shrnutí: